

Giornata di aggiornamento - CIAS

“Archi e volte in muratura: diagnosi e consolidamento”

Sassari, venerdì 11 febbraio 2005

ANALISI PARAMETRICA DEL COEFFICIENTE DI SICUREZZA A COLLASSO DI ARCHI IN MURATURA

Lorenzo Jurina
Massimo Mazzoleni
Politecnico di Milano
www.jurina.it

In questa breve trattazione vengono proposti gli esiti di un'analisi di tipo parametrico condotta su differenti tipologie di arco murario e finalizzata alla determinazione del fattore “geometrico” di sicurezza rispetto al collasso per cinematicismo¹ (Il fattore è di natura geometrica ed è ricavato dal rapporto tra il vero spessore dell'arco e quello di un ipotetico arco interno al primo, di spessore necessario a contenere interamente la curva delle pressioni relativa ai carichi esterni dati).

Lo studio si è basato sull'applicazione del teorema statico degli archi in muratura ed è stato condotto mediante l'ausilio del codice di calcolo “Arco”².

L'analisi è stata condotta attraverso la parametrizzazione dei seguenti fattori:

- Peso specifico del rinfiacco
- Angolo di attrito interno del rinfiacco e contributo della spinta passiva
- Carico accidentale e sua distribuzione
- Geometria dell'arco

Si sono considerate quattro differenti tipologie di arco caratterizzate da parametri comuni: medesima corda, medesimo spessore costante e medesimo spessore del rinfiacco in chiave.

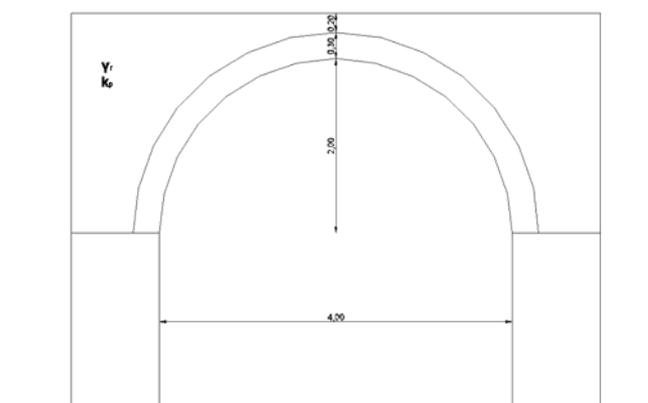
Obiettivo dell'indagine è stato quello di ottenere un quadro sufficientemente rappresentativo delle differenti condizioni di sicurezza delle strutture oggetto di esame, in funzione dei diversi parametri in gioco.

In particolare si è focalizza l'attenzione sul ruolo della sovrastruttura muraria del timpano e del rinfiacco nella valutazione del grado di sicurezza del manufatto.

Caratteristiche degli archi:

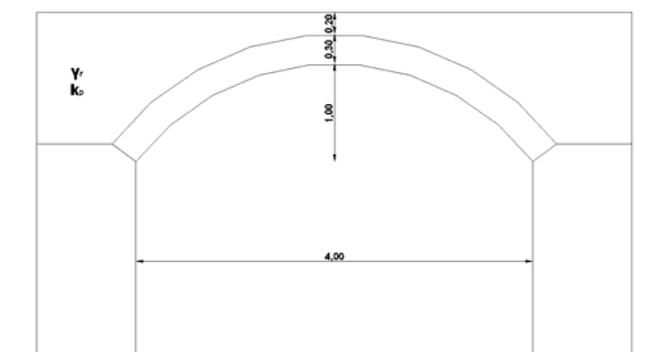
Arco a tutto sesto:

- corda: 4 m
- monta: 2 m
- spessore: 0.3 m
- spessore rinfiacco in chiave: 0.2 m



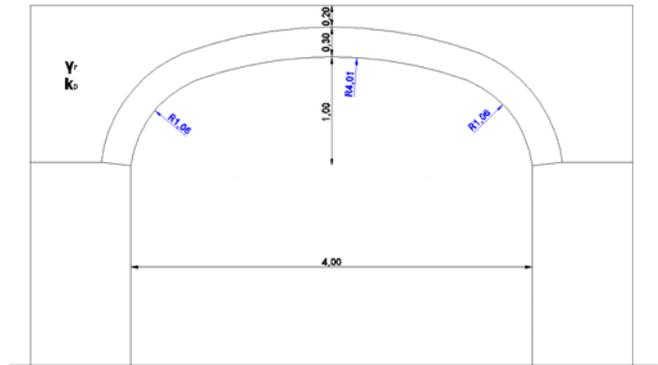
Arco a sesto ribassato:

- corda: 4 m
- monta: 1 m
- spessore: 0.3 m
- spessore rinfiacco in chiave: 0.2 m



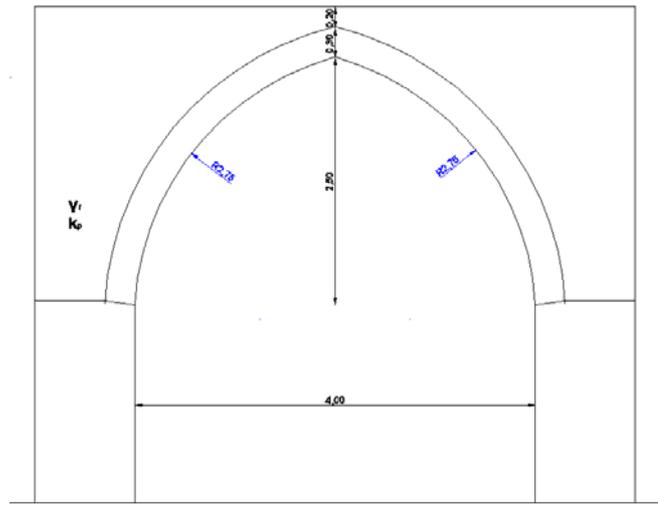
Arco policentrico:

- corda: 4 m
- monta: 1 m
- spessore: 0.3 m
- spessore rinfianco in chiave: 0.2 m
- raggio 1: 1.06 m
- raggio 2: 4.0 m



Arco a sesto acuto:

- corda: 4 m
- monta: 2.5 m
- spessore: 0.3 m
- spessore rinfianco in chiave: 0.2 m
- raggio 1: 2.75 m



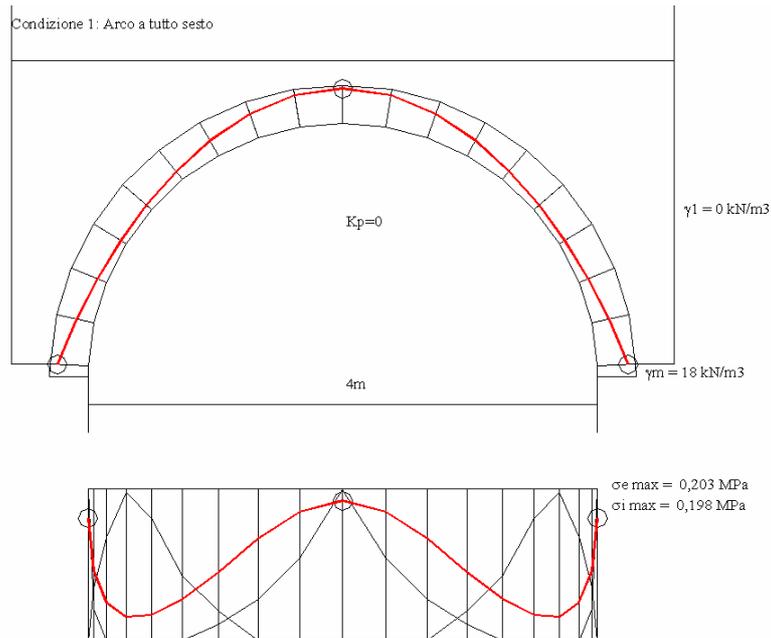
Condizione 1:

Carichi accidentali: non presenti

Rinfianco: $\gamma_r = 0 \text{ t/m}^3$; $\Phi = 0^\circ$

Viene simulata la condizione di totale assenza del rinfianco.

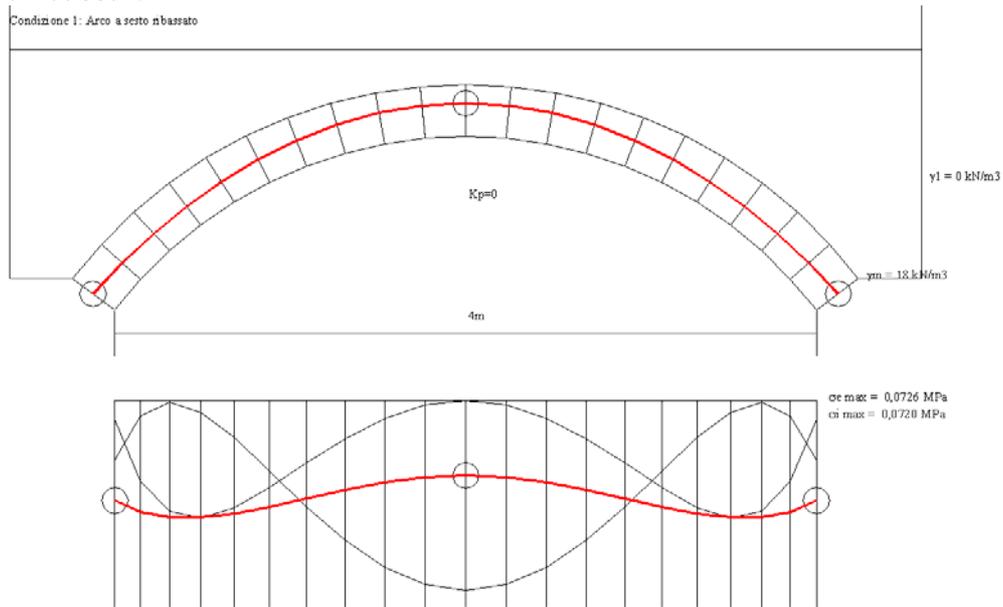
Arco a tutto sesto



La curva delle pressioni risulta interna allo spessore dell'arco. Non si registrano punti di tangenza né in intradosso, né in estradosso. Non si registra l'innescio di un meccanismo di collasso.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 22.97 = 1.306$

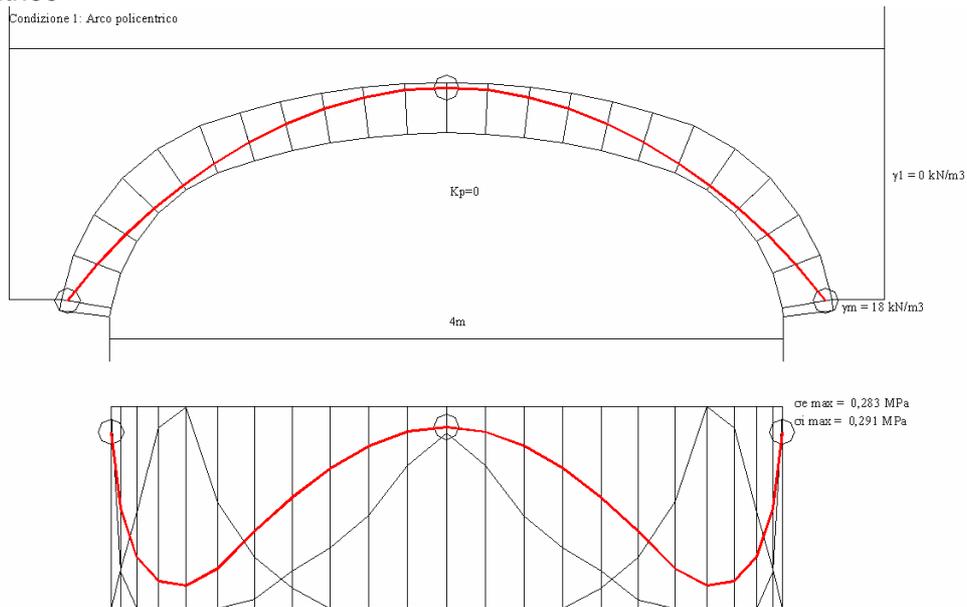
Arco a sesto ribassato



La curva delle pressioni risulta molto prossima alla linea d'asse dell'arco.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 6.07 = 4.97$

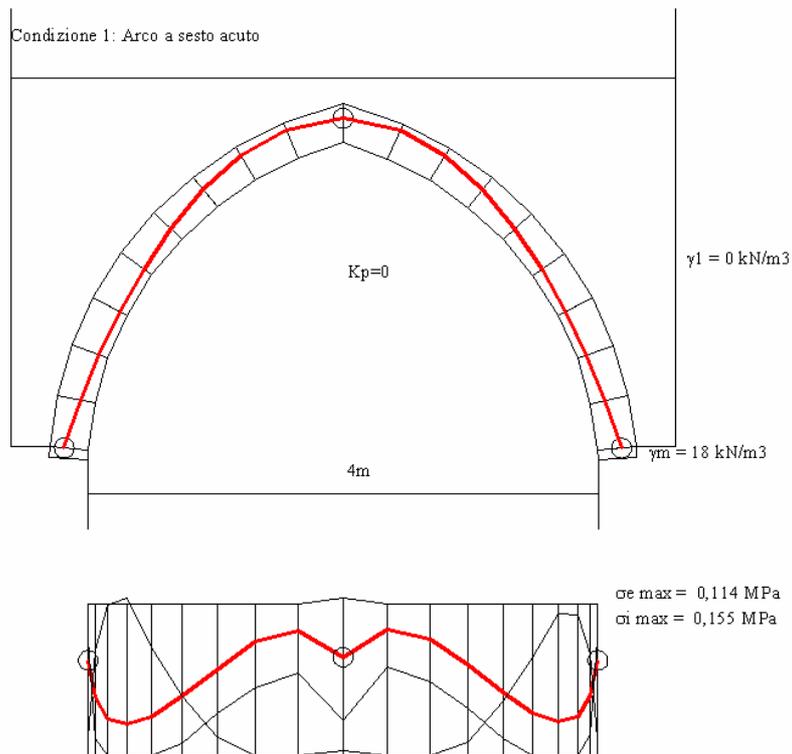
Arco policentrico



Come prevedibile la forte curvatura nelle zone delle reni determina, in assenza di rinfiacco, una condizione molto prossima alla forma simmetrica di meccanismo con 5 cerniere.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 23.62 = 1.27$

Arco a sesto acuto



Anche in condizione di totale assenza del rinfianco l'arco mantiene un buon margine di sicurezza
Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 18.25 = 1.64$

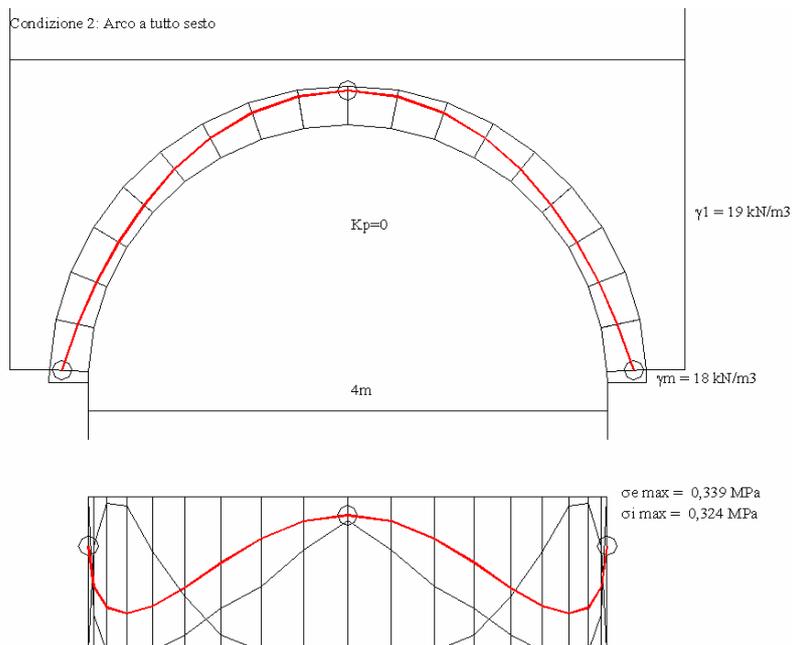
Condizione 2:

Carichi accidentali: non presenti

Rinfianco: $\gamma_r = 1.9 \text{ t/m}^3$; $\Phi = 0^\circ$

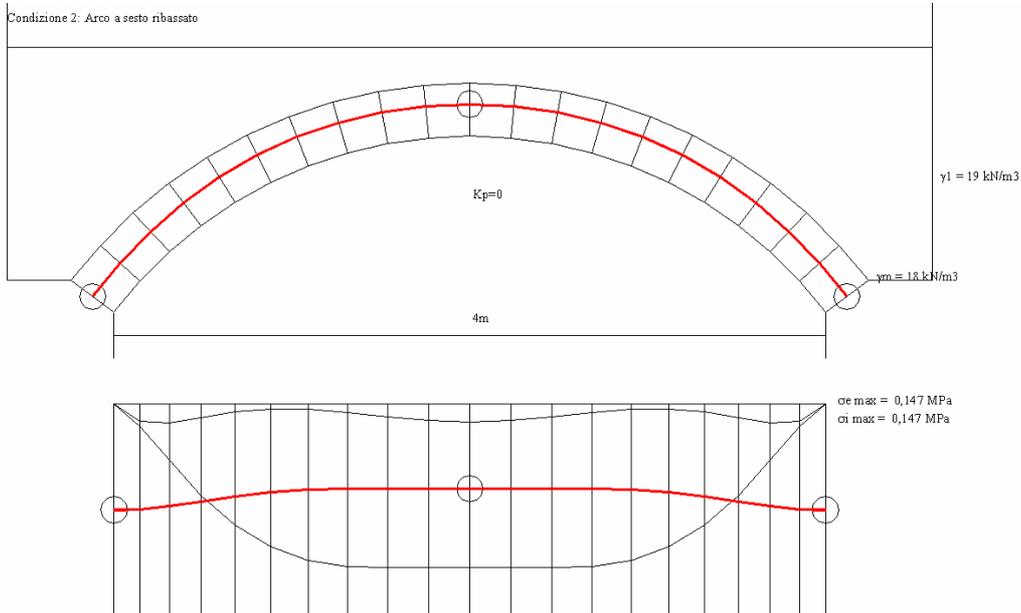
Viene simulata la condizione di assenza dei carichi accidentali e di un rinfianco granulare mediamente addensato. Viene trascurato il contributo della spinta passiva.

Arco a tutto sesto



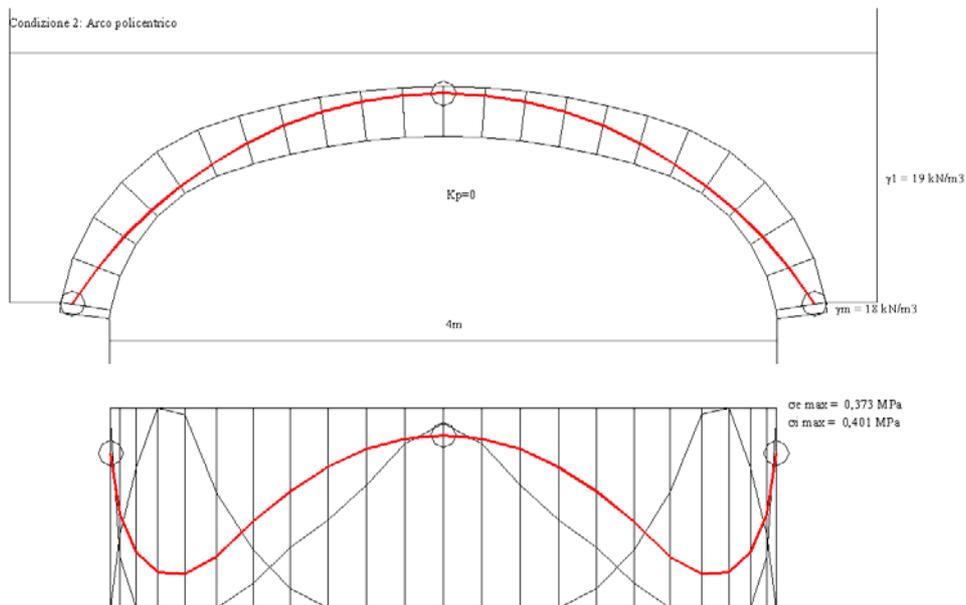
La curva delle pressioni risulta interna allo spessore dell'arco. Non si registrano punti di tangenza né in intradosso, né in estradosso. Non si registra l'innesco di un meccanismo di collasso. La presenza del rinfiacco determina un sensibile miglioramento in prossimità delle reni con un innalzamento della curva delle pressioni.
 Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 19.09 = 1.57$

Arco a sesto ribassato



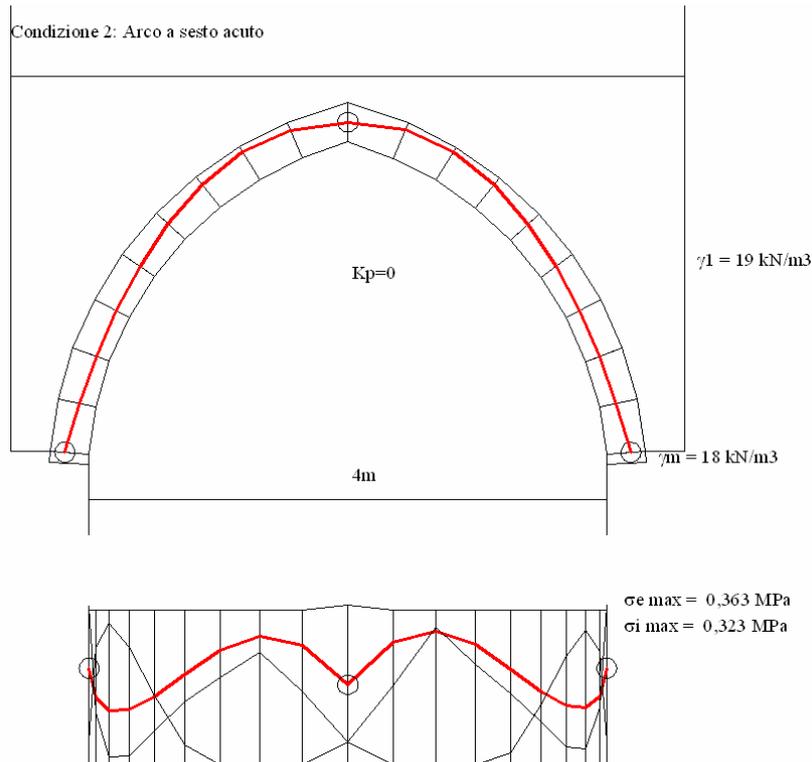
Ancor più di quanto registrato nella condizione 1 l'arco risulta ben posto rispetto ai carichi in gioco.
 Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 2.89 = 10.38$

Arco policentrico



L'introduzione del rinfiacco ha contribuito a migliorare sensibilmente il grado di sicurezza dell'arco.
 Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 20.85 = 1.44$

Arco a sesto acuto



L'inserimento del rinfianco determina un sensibile miglioramento del fattore Ω anche se nella parte superiore dell'arco la curva delle pressioni si allontana maggiormente dall'asse mediano.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 15.4 = 1.95$

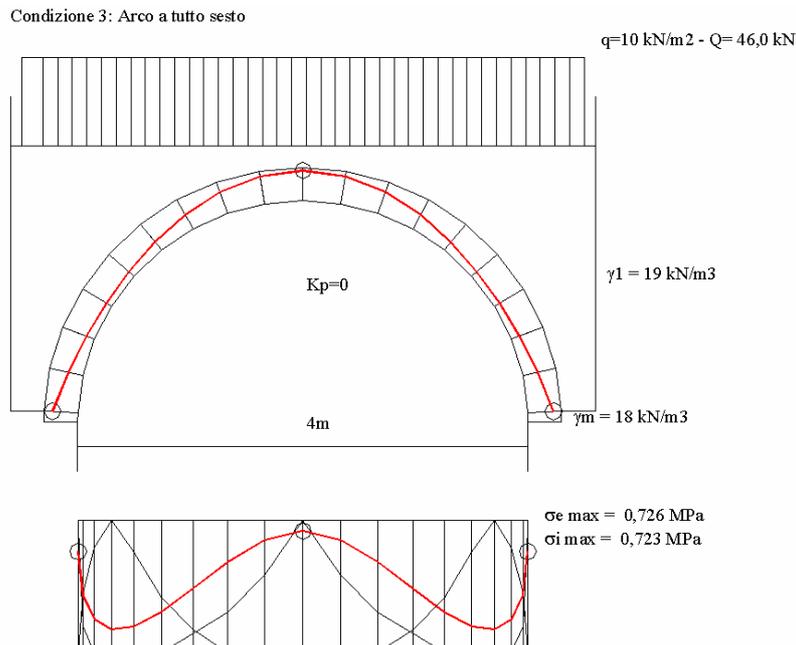
Condizione 3:

Carichi accidentali: $q = 1 \text{ t/m}$ stesa uniforme

Rinfianco: $\gamma_r = 1.9 \text{ t/m}^3$; $\Phi = 0^\circ$

Viene simulata la condizione di carico accidentale uniformemente distribuito sull'intera carreggiata e di un rinfianco granulare mediamente addensato. Viene trascurato il contributo della spinta passiva.

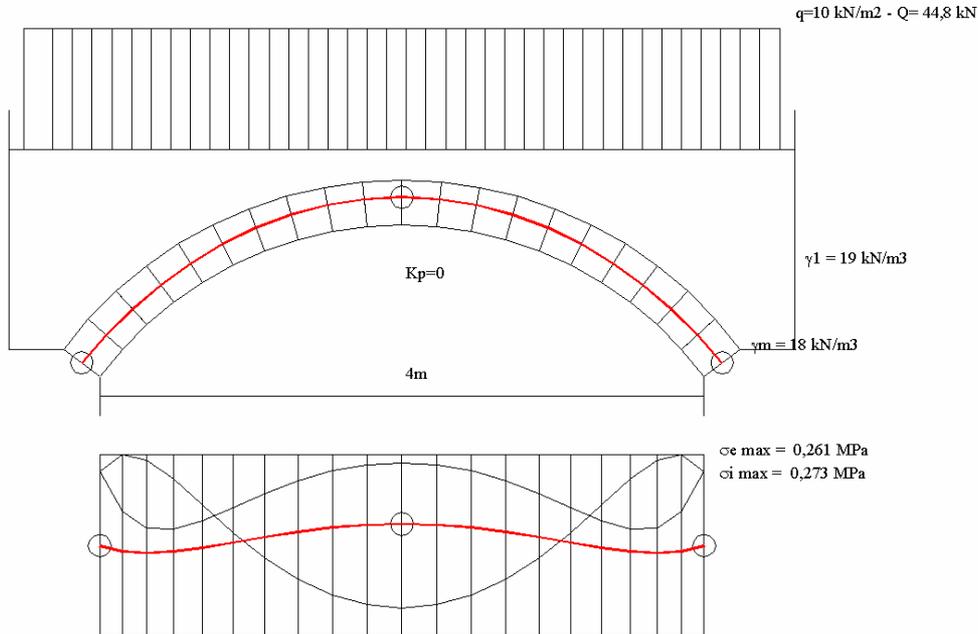
Arco a tutto sesto



La curva delle pressioni risulta interna allo spessore dell'arco. Non si registrano punti di tangenza né in intradosso, né in estradosso. Non si registra l'innescò di un meccanismo di collasso. Nonostante l'aggiunta del carico accidentale la struttura presenta un maggior grado di sicurezza rispetto alla condizione 1, a riconferma dell'importante ruolo del rinfiaccio. Si rilevano ovviamente maggiori valori di sollecitazione locale sulla muratura, lontani tuttavia da stati di crisi. Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 22.37 = 1.353$

Arco a sesto ribassato

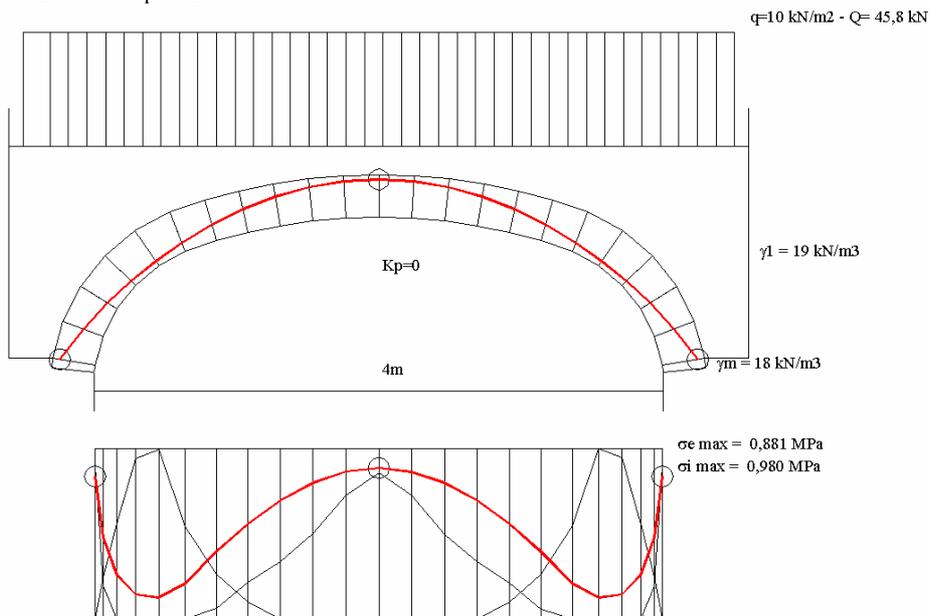
Condizione 3: Arco a sesto ribassato



Non si registrano particolari variazioni rispetto alle due precedenti condizioni. La distribuzione uniforme di carico accidentale non altera la Cdp. Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 4.80 = 6.25$

Arco policentrico

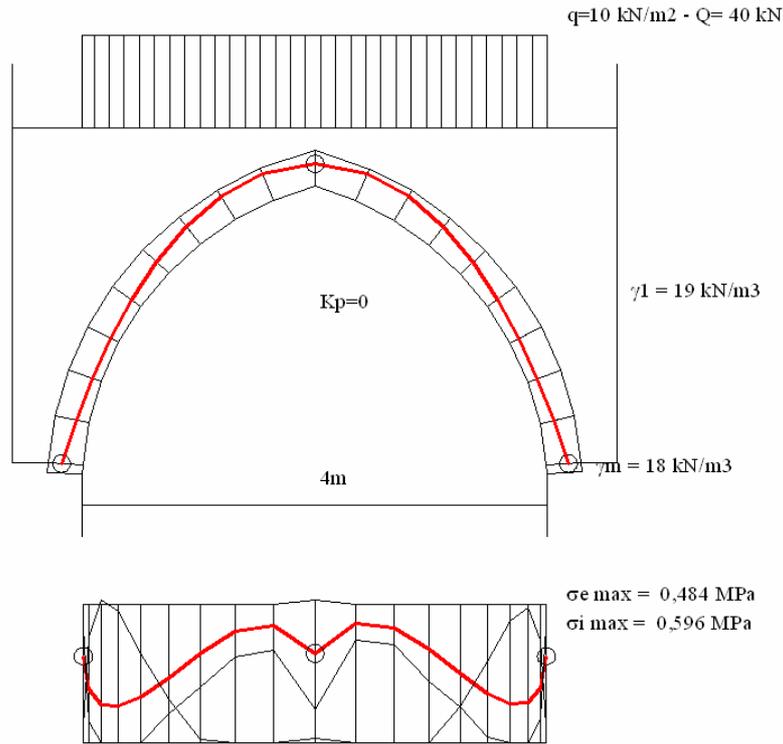
Condizione 3: Arco policentrico



Si registra un ulteriore allontanamento della Cdp rispetto all'asse mediano dell'arco. La situazione risulta comunque migliore di quanto riscontrato nella condizione 1. Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 22.80 = 1.317$

Arco a sesto acuto

Condizione 3: Arco a sesto acuto



La presenza della stesa uniforme di carico non determina sostanziali variazioni in termini di sicurezza.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 17,95 = 1.67$

Condizione 4:

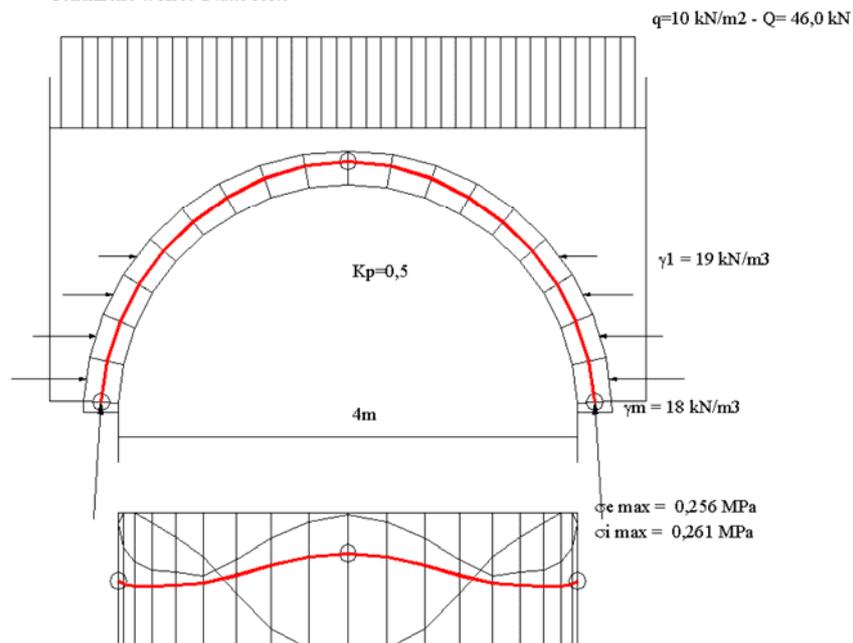
Carichi accidentali: $q = 1 \text{ t/m}$ stesa uniforme

Rinfianco: $\gamma_r = 1.9 \text{ t/m}^3$; $K_p = 0.5$

Viene simulata la condizione di carico accidentale distribuito uniformemente e di un rinfianco granulare mediamente addensato. Viene considerato il contributo della spinta passiva.

Arco a tutto sesto

Condizione 4: Arco a tutto sesto



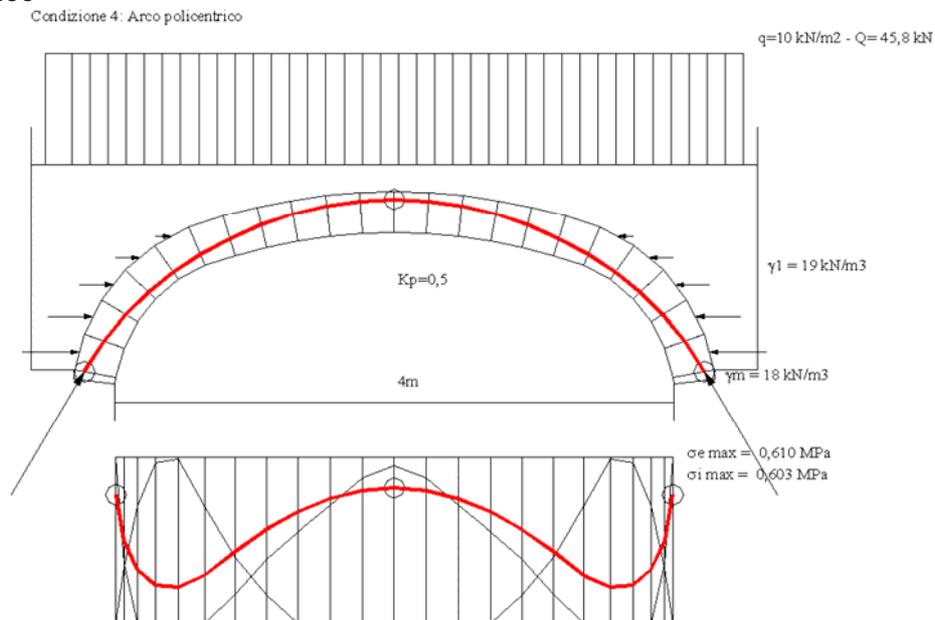
Rispetto alla condizione 3 si registra una consistente ricentratura della curva delle pressioni con un conseguente netto incremento del fattore di sicurezza.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 7.13 = 4.20$

Arco a sesto ribassato

Nel caso dell'arco a sesto ribassato, dati gli esiti della condizione 3 e il conseguente non innesco di un meccanismo cinematico si può escludere l'attivazione della spinta passiva dei rinfianchi.

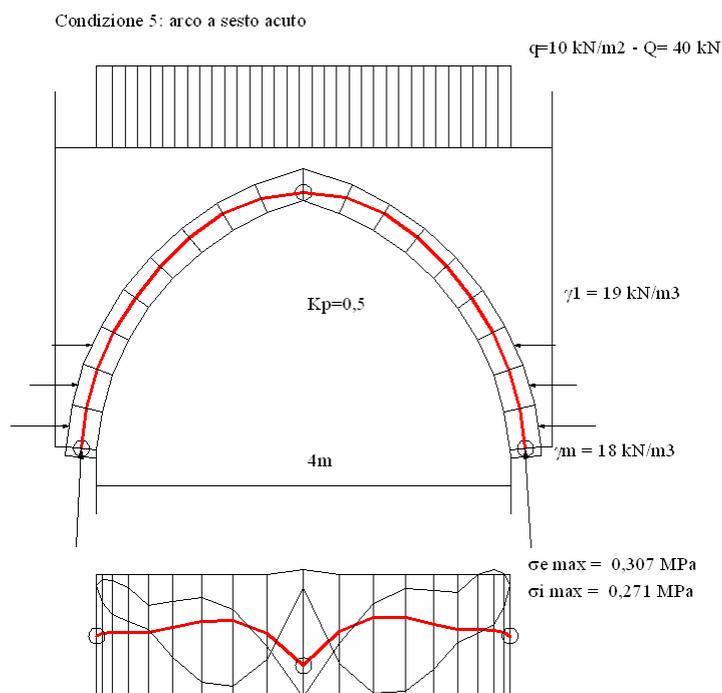
Arco policentrico



Rispetto alla condizione 3 si registra una sensibile ricentratura della curva delle pressioni ed un conseguente incremento del fattore di sicurezza.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 17.87 = 1.67$

Arco a sesto acuto



L'effetto confinante del rinfianco determina una netta ricentratura della curva delle pressioni.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 11.06 = 2.71$

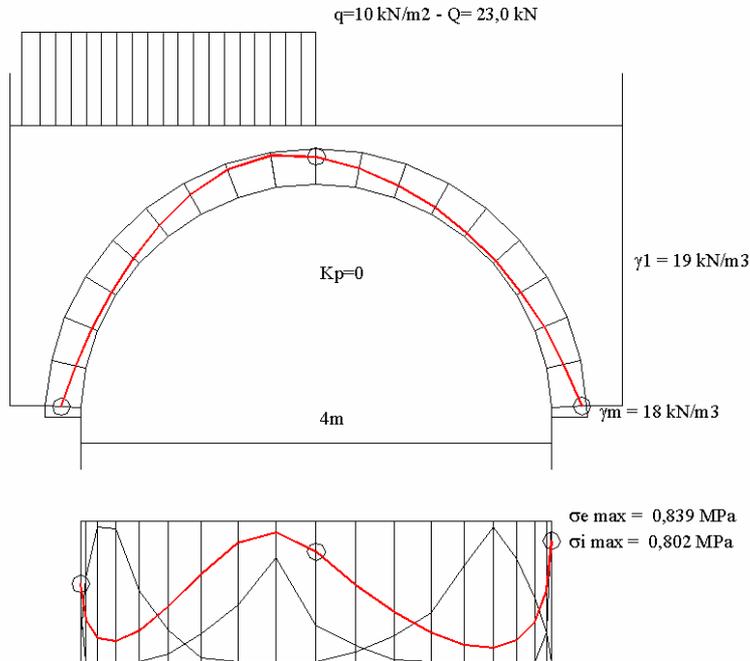
Condizione 5:

Carichi accidentali: $q = 1 \text{ t/m}$ stesa eccentrica
Rinfianco: $\gamma_r = 1.9 \text{ t/m}^3$; $\Phi = 0^\circ$

Viene simulata la condizione di carico accidentale distribuito su una sola porzione eccentrica della carreggiata e di un rinfianco granulare mediamente addensato. Viene trascurato il contributo della spinta passiva.

Arco a tutto sesto

Condizione 4: Arco a tutto sesto

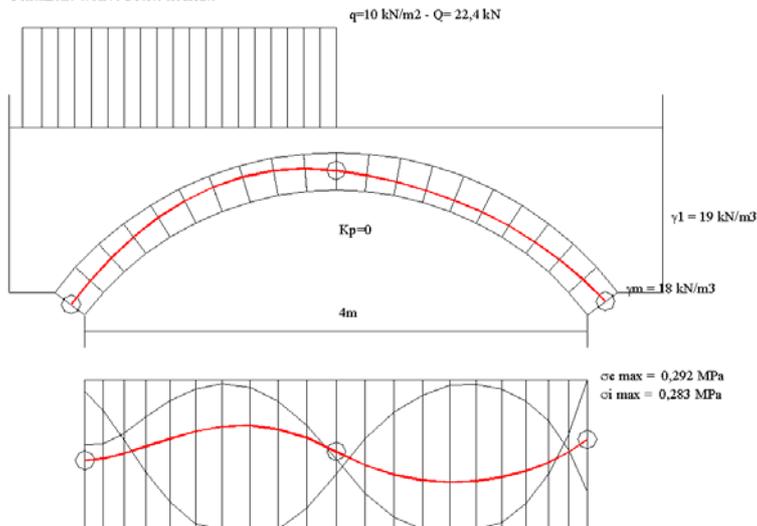


Non si registrano punti di tangenza della curva della pressioni. Si verifica comunque un maggiore allontanamento dalla linea d'asse dell'arco rispetto alle condizioni precedenti e conseguentemente una ulteriore riduzione del fattore di sicurezza rispetto al meccanismo di collasso a 4 cerniere.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 24.70 = 1.214$

Arco a sesto ribassato

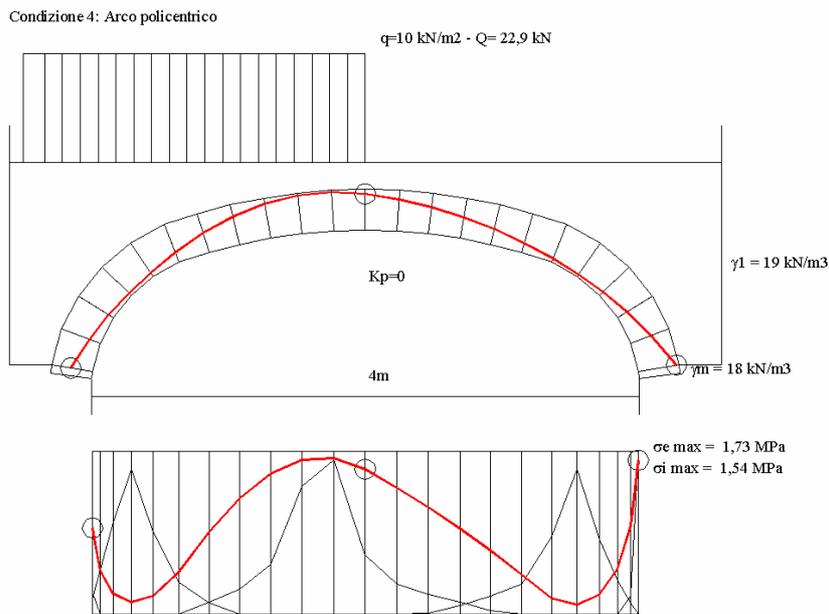
Condizione 4: Arco a sesto ribassato



Si registra un netto scostamento della Cdp rispetto alle precedenti posizioni centrali. Nonostante ciò tuttavia l'arco risulta ben lontano dalla soglia di instabilità. Mantenendo la stessa stesa di carico si raggiunge il collasso attorno alle 6 t/m con fenomeni di rottura locale per schiacciamento.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 11.38 = 2.63$

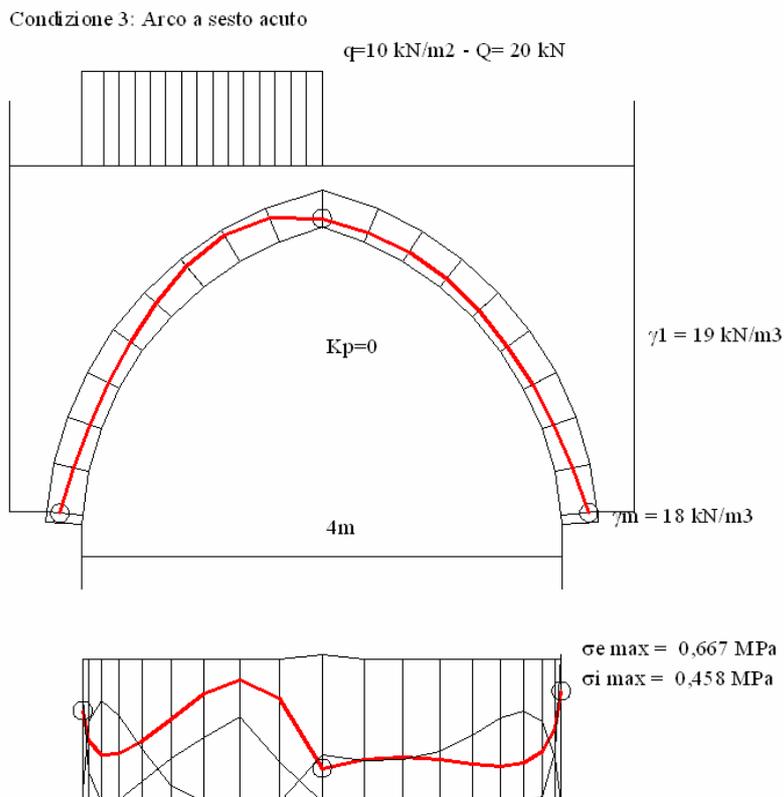
Arco policentrico



L'arco risulta in una situazione di incipiente collasso. Si può notare la quasi tangenza della C_{dp} alle superfici esterne in 4 punti.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\text{min}} = 30 / 26.5 = 1.13$

Arco a sesto acuto



Con carico eccentrico l'arco non muta sostanzialmente il grado di sicurezza rispetto alla situazione con carico uniforme. Si evidenziano tuttavia possibili zone di fessurazione.

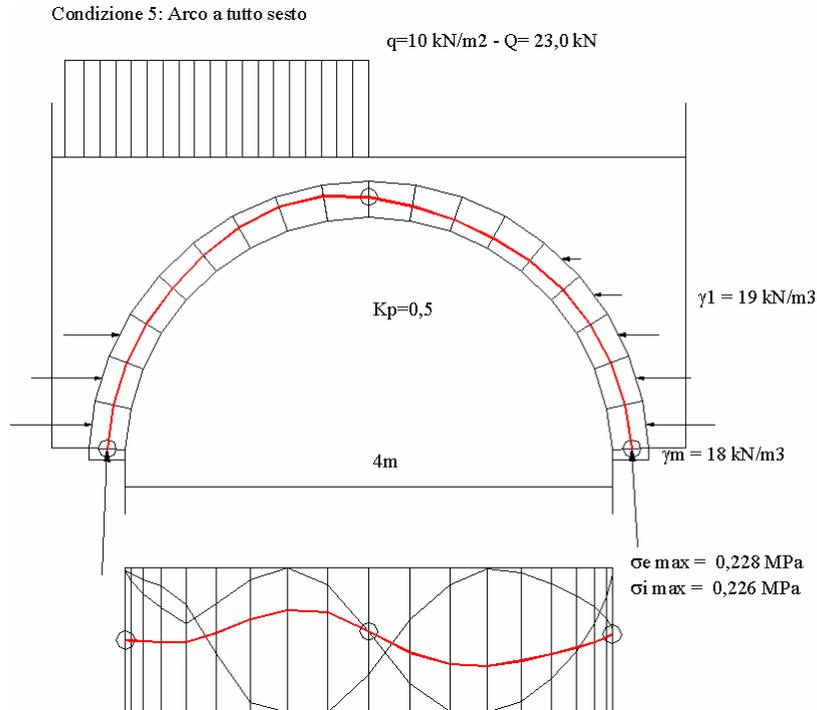
Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\text{min}} = 30 / 18.46 = 1.62$

Condizione 6:

Carichi accidentali: $q = 1 \text{ t/m}$ stesa eccentrica
Rinfianco: $\gamma_r = 1.9 \text{ t/m}^3$; $K_p = 0.5$

Viene simulata la medesima precedente condizione considerando però il contributo derivato dalla spinta passiva del rinfianco.

Arco a tutto sesto



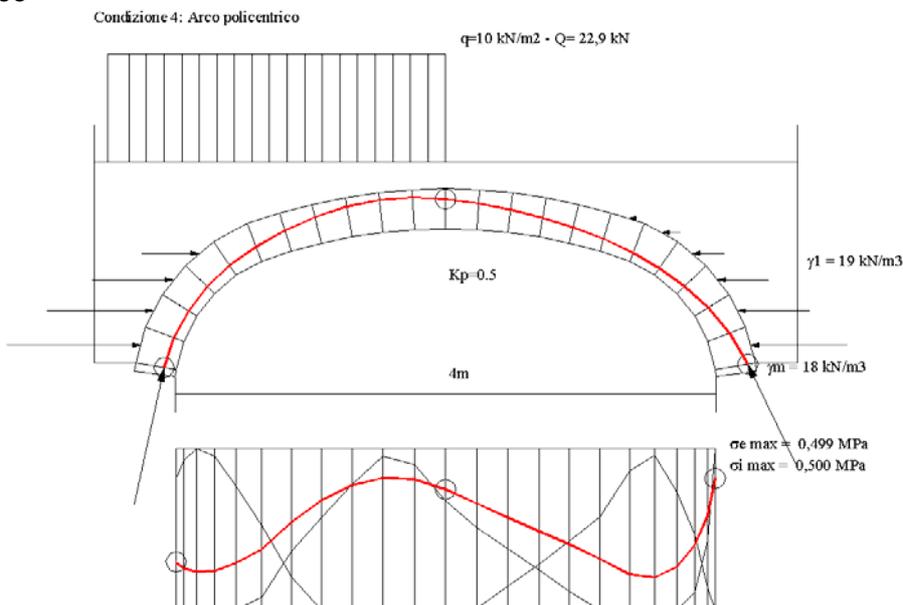
L'attivazione del contrasto laterale derivato dalla spinta passiva del rinfianco determina una netta ricentratura della Cdp e conseguentemente un incremento del fattore di sicurezza.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 11.62 = 2.58$

Arco a sesto ribassato

Nel caso dell'arco a sesto ribassato, dati gli esiti della condizione 4 e il conseguente non innesco di un meccanismo cinematico si può escludere l'attivazione della spinta passiva dei rinfianchi.

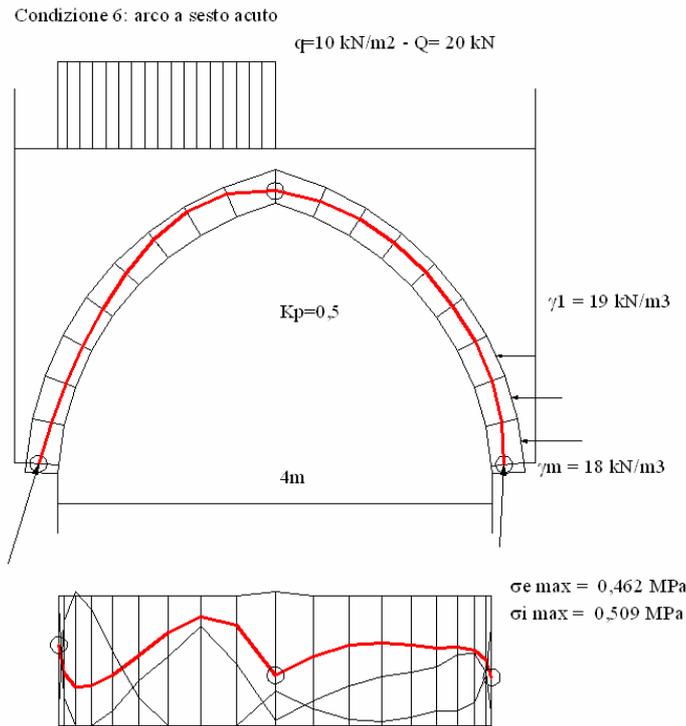
Arco policentrico



L'attivazione della spinta passiva sui rinfianchi determina una sensibile ricentratura della Cdp e quindi un incremento del fattore di sicurezza.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 18.45 = 1.626$

Arco a sesto acuto



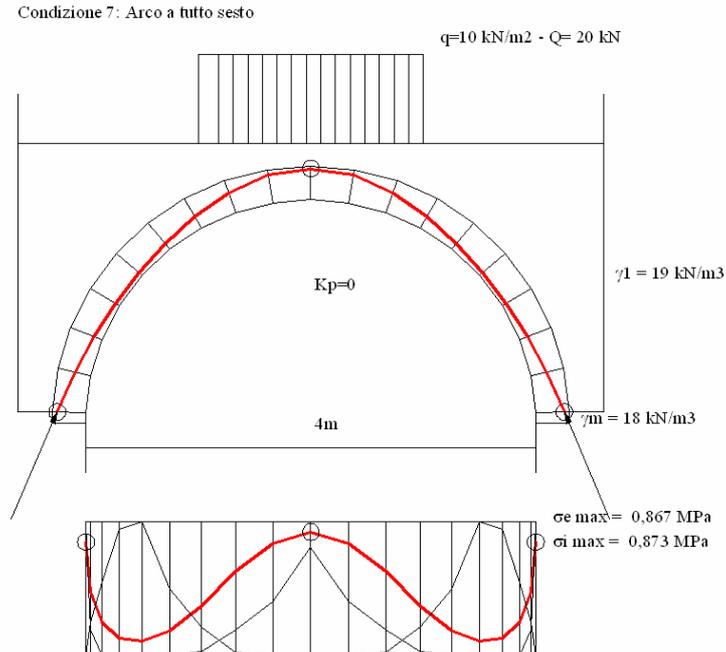
La presenza della spinta passiva determina un sensibile aumento del fattore di sicurezza
 Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 16.05 = 1.87$

Condizione 7:

Carichi accidentali: $q = 1 \text{ t/m}$ stesa centrale
 Rinfiacco: $\gamma_r = 1.9 \text{ t/m}^3$; $\Phi = 0^\circ$

Viene considerata una situazione con stesa di carico posta al di sopra della zona di chiave, con un rinfiacco granulare mediamente addensato. Viene trascurato il contributo della spinta passiva.

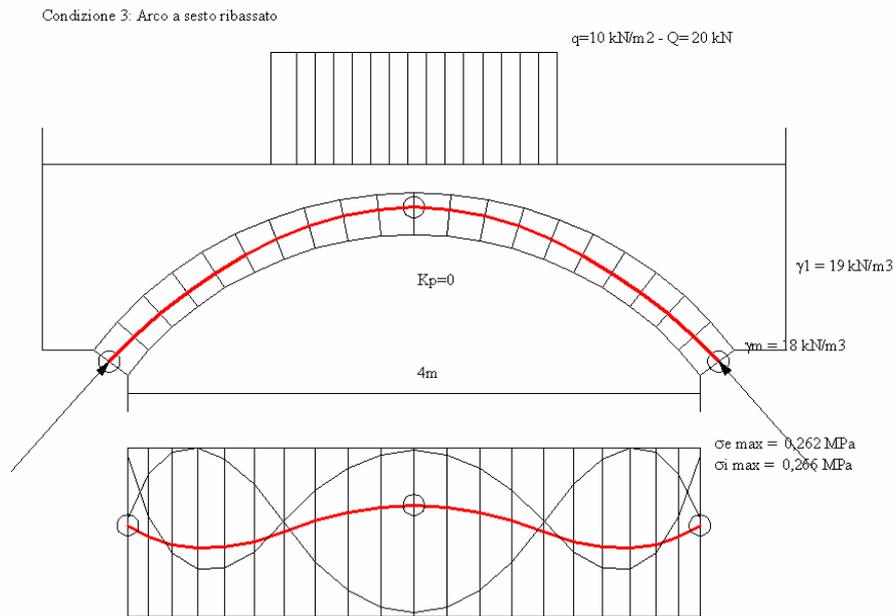
Arco a tutto sesto



In questa condizione di carico l'arco a tutto sesto presenta esigui margini di sicurezza tendendo ad un cinematiso simmetrico a 5 cerniere.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 24.47 = 1.225$

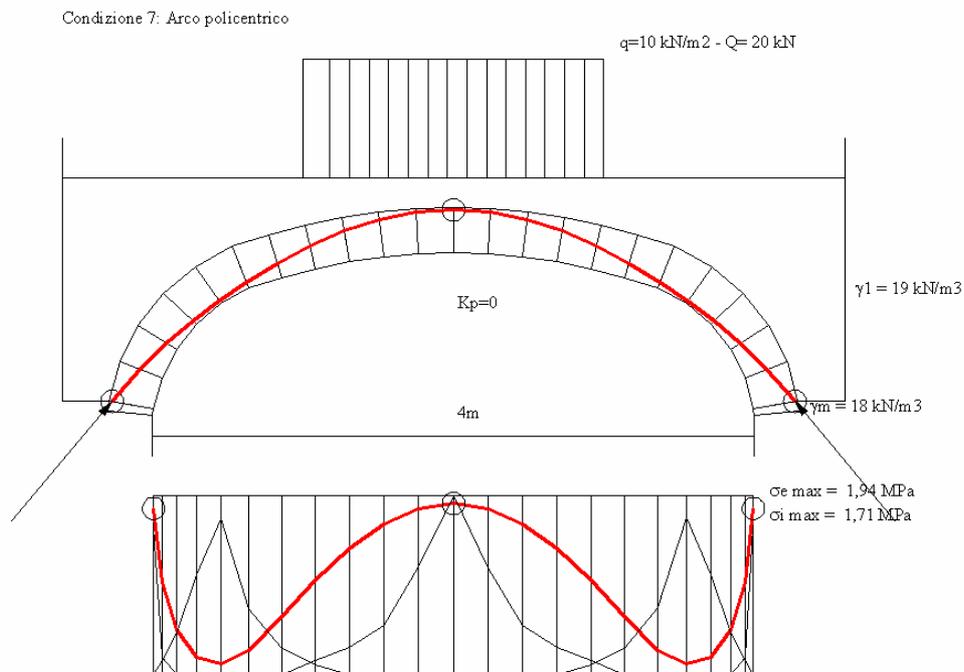
Arco a sesto ribassato



Anche in questa condizione di carico l'arco a sesto ribassato presenta ampi margini di sicurezza.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 7.60 = 3.94$

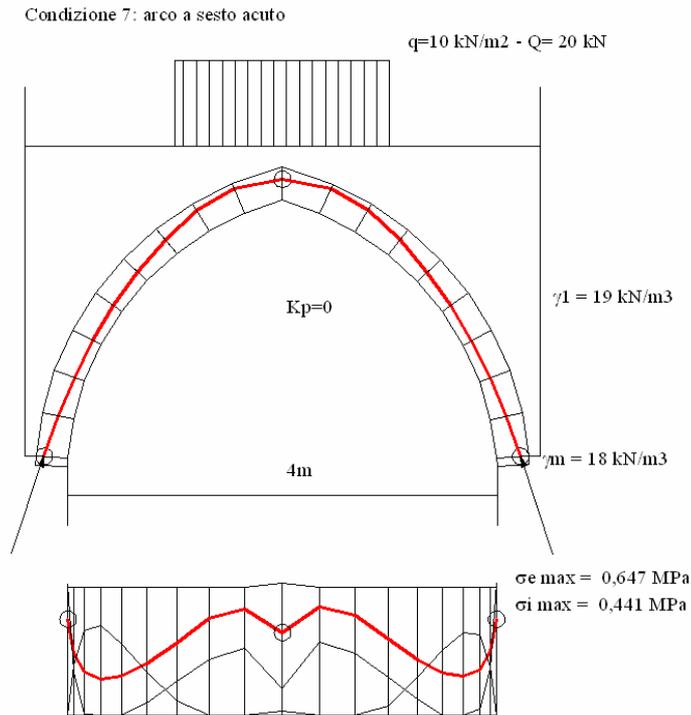
Arco policentrico



Come prevedibile la stesa di carico centrale risulta essere la più problematica e prossima al collasso.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 26.85 = 1.11$

Arco a sesto acuto



Al contrario per l'arco a sesto acuto la stesa centrale di carico determina un sensibile incremento del fattore di sicurezza.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 16.43 = 1.826$

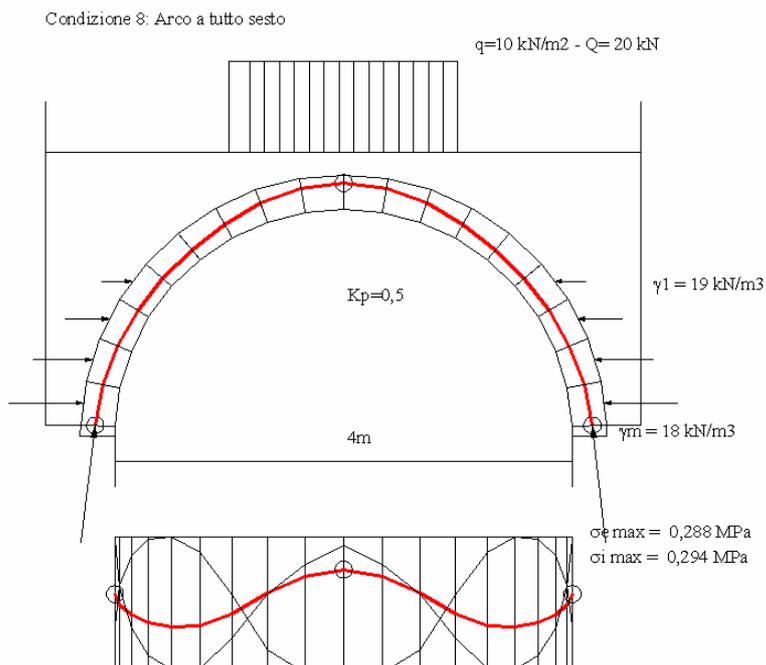
Condizione 8:

Carichi accidentali: $q = 1 \text{ t/m}$ stesa centrale

Rinfianco: $\gamma_r = 1.9 \text{ t/m}^3$; $K_p = 0.5$

Viene simulata la medesima precedente condizione considerando però il contributo derivato dalla spinta passiva del rinfianco.

Arco a tutto sesto



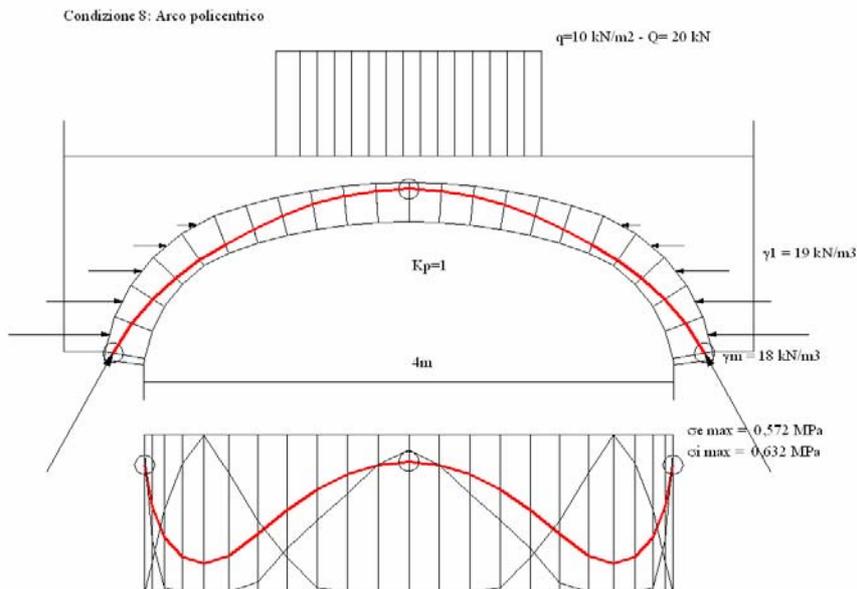
L'introduzione della spinta passiva porta ad un netto aumento del margine di sicurezza.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 12.5 = 2.4$

Arco a sesto ribassato

Nel caso dell'arco a sesto ribassato, dati gli esiti della condizione 3 e il conseguente non innesco di un meccanismo cinematico si può escludere l'attivazione della spinta passiva dei rinfianchi.

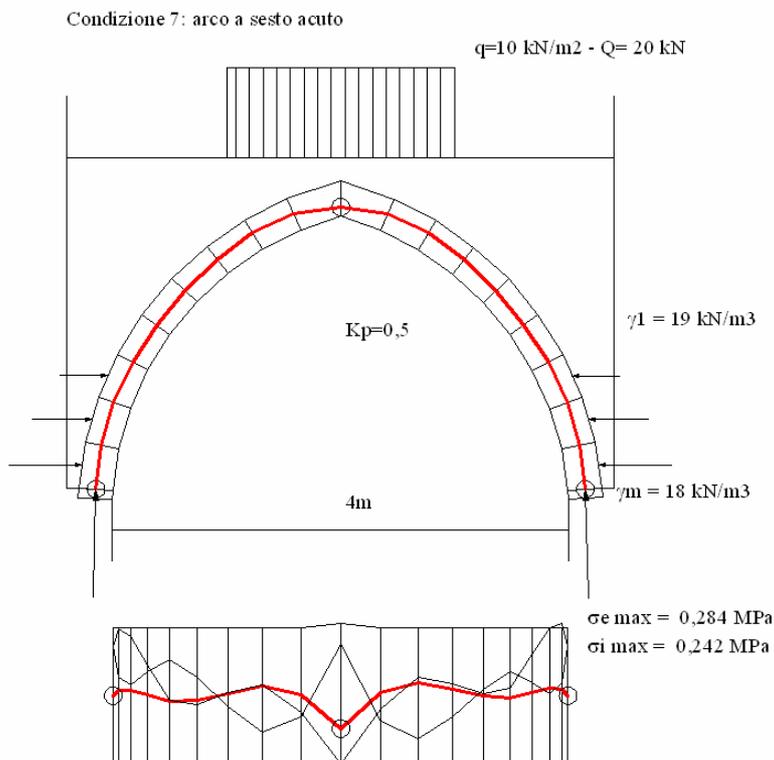
Arco policentrico



Non risulta particolarmente efficace in questo caso l'effetto della spinta passiva. Per ottenere infatti un discreto miglioramento del fattore di sicurezza si è reso necessario un K_p pari a "1".

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 19.46 = 1.54$

Arco a sesto acuto



La spinta passiva determina una condizione ottimale sull'arco.

Fattore di sicurezza: $\Omega = S / S_{\min} = 30 / 9.97 = 3$

QUADRO RIASSUNTIVO DEGLI ESITI:

	Tutto sesto	Sesto ribassato	Policentrico	Sesto acuto
Condizione 1	$\Omega = 1.306$	$\Omega = 4.97$	$\Omega = 1.27$	$\Omega = 1.64$
Condizione 2	$\Omega = 1.57$	$\Omega = 10.38$	$\Omega = 1.44$	$\Omega = 1.95$
Condizione 3	$\Omega = 1.353$	$\Omega = 6.25$	$\Omega = 1.317$	$\Omega = 1.67$
Condizione 4	$\Omega = 4.20$	spinta passiva non attivata	$\Omega = 1.67$	$\Omega = 2.71$
Condizione 5	$\Omega = 1.214$	$\Omega = 2.63$	$\Omega = 1.13$	$\Omega = 1.62$
Condizione 6	$\Omega = 2.58$	spinta passiva non attivata	$\Omega = 1.626$	$\Omega = 1.87$
Condizione 7	$\Omega = 1.225$	$\Omega = 3.94$	$\Omega = 1.11$	$\Omega = 1.826$
Condizione 8	$\Omega = 2.4$	spinta passiva non attivata	$\Omega = 1.54$	$\Omega = 3$

L'indagine parametrica sopra riportata, seppur molto riduttiva delle molteplici casistiche possibili e limitata alla sola valutazione del meccanismo ad imposte fisse, permette di porre in rilievo il fondamentale ruolo svolto dai rinfianchi, e più in generale dalla sovrastante massa muraria, nei confronti del comportamento ultimo dell'arco portante.

L'apporto fornito da tali elementi non è limitato alla sola spinta verticale da peso proprio, ma si esplica anche in termini di spinta orizzontale, con una importante funzione di "contenimento" nei confronti di un eventuale cinematismo dell'arco.

Deve essere tuttavia chiarito che tale apporto, a differenza del peso, non risulta a priori scontato, ed è subordinato all'esistenza di alcune fondamentali condizioni al contorno fra cui:

- la presenza di rinfianchi compatti e dotati di buone caratteristiche meccaniche
- la presenza di imposte in grado di sopportare l'incremento di spinta orizzontale derivato dalla spinta passiva del rinfianco

Ciò che ulteriormente emerge dai risultati sopra riportati è l'elevata efficienza dell'arco a sesto ribassato rispetto alle altre geometrie.

In tutti i casi presi in esame si sono registrati infatti fattori di sicurezza nettamente superiori rispetto alla media generale.

Riferimenti Bibliografici

¹ Jaques Heyman, "The stone skeleton" in "International Journal of Solids Structures", 1966.

² Prof. Piero Gelfi, Università di Brescia – Facoltà di Ingegneria Civile.